

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста
Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Стохастические процессы»**

Направление подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика

Профиль подготовки
«Конвергентные нано-, био-, информационные и когнитивные технологии»

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки - 2026

Утверждена в составе ОПОП.

Владикавказ, 2026

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины – 3з.е. (108 ч.)

	Очная форма обучения
Курс	4
Семестр	8
Лекции	24
Практические занятия	24
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Итого аудиторных занятий	48
Самостоятельная работа	60
Курсовая работа	
Контроль	
Экзамен	-
Зачет	+
Общее количество часов	108

2. Цели и задачи освоения дисциплины

Цели дисциплины:

- познакомить студентов с основными идеями и понятиями, необходимыми для построения стохастических моделей разнообразных процессов, вычислительных алгоритмов и открытых систем;
- дать инструментарий для описания случайных процессов в терминах классических стохастических дифференциальных уравнений;
- познакомить с базовыми случайными процессами - винеровским, пуассоновским и процессами Леви;
- ознакомить с субординированными случайными процессами как моделями не-марковских процессов;
- ознакомить с новыми математическими понятиями, возникающими при описании базовых случайных процессов, такими как дробные производные и интегралы, их свойствами, фрактальными объектами.

Задачи дисциплины:

- научить студентов составлять и решать классические стохастические дифференциальные уравнения (СДУ), понимать базовые понятия и представления, лежащие в их основе, научить получать из СДУ детерминированные дифференциальные уравнения для основных характеристик открытых систем;
- научить моделировать решения детерминированных уравнений случайными уравнениями;
- научить рассчитывать основные вероятностные характеристики случайных процессов, строить случайные модели разнообразных явлений и систем;

3. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Стохастические процессы» относится к дисциплинам вариативной части Блока 1, Б1.В.22, осваивается на 4 курсе, в 8 семестре. Дисциплина «Стохастические процессы» является важнейшим разделом современной теории вероятностей и тесно связана с такими дисциплинами, как «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Вычислительная математика»

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесённых спланируемыми результатами освоения образовательной программы)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций и достижение следующих результатов обучения.

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи	Знать: основные понятия теории стохастических процессов - марковские процессы, сепарабельные процессы, сечение и траектория случайного процесса, теорема Колмогорова; основные понятия современной теории стохастических процессов - информационный поток (фильтрация), неупреждающий процесс, история процесса, модифицированные, неразличимые и регулярные (cadlag) случайные процессы, марковское время (время остановки), мартингалы, суб и супер мартингалы, функции ограниченной вариации; решения и преобразования винеровских стохастических дифференциальных уравнений - приближенное решение методом Коши - Эйлера (условия существования и единственности решения на интервале, марковское свойство решения стохастического дифференциального уравнения Ито), замена переменных (формула Ито), другой подход к формуле Ито, правило дифференцирования Ито, связь между уравнением Фоккера - Планка и стохастическим дифференциальным уравнением; случай, когда коэффициенты стохастического дифференциального уравнения не зависят от времени, случай мультипликативного шума; случай процесса Орнштейна-Уленбека; использование замены переменной при поиске решаемых СДУ уравнения для среднего и моментов; решение СДУ для осциллятора с шумящей частотой; обоснования интегрального представления уравнения; определения и свойства стохастических дифференциалов и интегралов в смысле Ито и Стратановича, дифференциальных уравнений Ито и Стратановича;

	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Знать: основные понятия теории вероятности - сигма- и борелевские алгебры, измеримые пространства, вероятностную меру, вероятностное и полное вероятностное пространства, пространство состояний, измеримые функции, случайные величины и функции, математическое ожидание и дисперсию случайной величины, условную математическое ожидание и условную вероятность относительно сигма-алгебры, функцию распределения вероятности и плотность функции распределения, совместные и условные вероятности;
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки	Знать: уравнение Чемпена-Колмогорова-Смолуховского, обобщенное уравнение Фоккера-Планка, математическое определение непрерывного марковского процесса, частные случаи обобщенного уравнения Фоккера-Планка - управляющее уравнение, диффузионные процессы, уравнение Фоккера-Планка; детерминированные процессы и уравнение Лиувилля как частный случай обобщенного уравнения Фоккера-Планка; обобщенное уравнение Фоккера-Планка как кинетическое уравнение при классическом и квантовом описании; стационарные марковские процессы - эргодические свойства стационарного процесса, измерения среднего значения, автокорреляционной функции, спектра, теореме Винера-Хинчина, измерение функции распределения; однородные марковские процессы и их физическую интерпретацию, автокорреляционную функцию марковских процессов; основные представления о винеровском процессе - нерегулярность и недифференцируемость траекторий, независимость приращений, автокорреляционные функции; основные представления о процесс Орнштейна - Уленбека - корреляционные функции, гауссовость, стационарное решение, использование в качестве модели реального шумового сигнала;
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки	Знать: основные представления винеровских стохастических дифференциальных уравнений - обоснование уравнений типа Ланжевена, белый шум, аппроксимации белого шума, роль центральной предельной теоремы, свойство марковости инте-

		грала от белого шума; определение стохастического интеграла, интегралы Ито и Стратоновича для частного случая; свойства стохастического интеграла Ито (существование, интегрирование многочленов, правила дифференцирования, средние значения, формула для корреляции);
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи	Знать: одномерная линейная задача фильтрации; СДУ, управляемые независимыми случайными винеровскими процессами, СДУ в случае комплексного винеровского процесса, комплексный винеровский процесс общего вида; составные пуассоновские процессы, компенсированный пуассоновский процесс; СДУ невинеровского типа, решения простейших СДУ невинеровского типа (уравнение для заряда на аноде, уравнение для тока на аноде, линейное уравнение, осциллятор с шумящей частотой невинеровского типа, осциллятор с шумящей частотой общего типа); альфа-устойчивые процессы - свойство самоподобия (масштабной инвариантности), теорема Леви-Хинчина, свойства функции плотности распределения, распределения Коши и Леви-Смирнова; Уметь: составлять СДУ, управляемое независимыми винеровскими процессами, составными пуассоновскими процессами; получать управляющие уравнения типа Фоккера-Планка из СДУ винеровского, пуассоновского типов, а также СДУ для процессов Леви;
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных	Уметь: получать из СДУ уравнения для корреляционных функций, моментов и т.п.; решать СДУ, управляемые винеровским и пуассоновским процессами. Владеть: основными методами теории стохастических процессов - метод стохастических дифференциальных уравнений винеровского, пуассоновского и обобщенного типов, метод уравнений Фоккера-Планка, управляющего уравнения, аппаратом характеристической функции, центральными предельными теоремами.

	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины	Уметь: вычислять простейшие стохастические интегралы в смысле Ито и Стратановича; составлять стохастические дифференциальные уравнения для осциллятора с шумящей частотой, для механических систем со случайными силами, телеграфного процесса, электрического тока в цепях, уравнения фильтрации; получать СДУ Ито из СДУ Стратановича;
--	--	---

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Литература
		лек	практ	Содержание	часы		
1.	Случайные процессы Леви и субординированные процессы.	6	6	Альфа-устойчивые процессы. Характеристики процессов Леви. Основы теории субординированных случайных процессов и СДУ обобщенного невинеровского типа. Другой вывод уравнения Фоккера-Планка для уравнения Ланжевена в случае процесса Леви. Модель непрерывного во времени броуновского движения. Вероятностные характеристики направляющего процесса. Дробные производные в управляющем уравнении для случая подчиненного случайного процесса.	15	Устный опрос, доклад, конспект, решение задач	[1-3]
2.	Стохастические дифференциальные уравнения и кинетические уравнения для открытых систем.	6	6	Масштабы времен изменения переменных в СДУ. Роль центральных предельных теорем. Переход от микро к макроскопике. Масштабное преобразование. Уравнения Ланжевена. Основные случайные процессы. Пуассоновский процесс. Сумма независимых пуассоновских процессов. Полиномиальное распределение. Процессы Леви и СДУ	15	Устный опрос, доклад, конспект, решение задач	[1-3]

				общего вида. Составной пуассоновский процесс и процессы Леви. Кинетическое уравнение для СДУ, управляемым процессом Леви. Процессы Леви из винеровского процесса. Связь центральных предельных теорем с ренормгрупповым подходом			
3.	Теория СДУ винеровского и пуассоновского типов.	6	6	Решения СДУ в случаях, когда коэффициенты стохастического дифференциального уравнения не зависят от времени, мультипликативного шума; процесса Орнштейна-Уленбека. Уравнения для среднего и моментов. Решение СДУ для осциллятора с шумящей частотой. Комплексный винеровский процесс общего вида и СДУ, им управляемые. СДУ невинеровского типа, решения простейших СДУ невинеровского типа. СДУ и кинетическое уравнение для телеграфного процесса. Примеры использования СДУ в описании физических процессов и решении детерминированных дифференциальных уравнений в частных производных. Элементарная теория фильтрации. Фильтр Калмана-Бьюси	15	Устный опрос, доклад, конспект, решение задач	[1-3]
4.	Традиционная теория случайных процессов.	6	6	Подходы Эйнштейна, Ланжевена и Башелье. Стационарные марковские процессы, их эргодические свойства, измерения среднего значения, автокорреляционной функции, спектра, теорема Винера-Хинчина, измерение функции распределения. Однородные марковские процессы и их физическая интерпретация, автокорреляционная функция марковских процессов. Центральные предельные теоремы.	15	Устный опрос, доклад, конспект, решение задач	[1-3]
Итого		24	24		60		

Примечания:

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также платформы дистанционного обучения Moodle, личный кабинет студента

на сайте СОГУ, других элементов ЭИОС СОГУ.

6. Образовательные технологии

Согласно учебному плану в ходе преподавания дисциплины используются традиционные образовательные технологии: лекции, семинарские занятия, самостоятельная работа студентов.

Также при проведении занятий и самостоятельной работе студентов могут быть использованы:

- *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, коллоквиумы, презентационный метод, работа в группах и др.);
- *технологии контекстного обучения* – система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, моделирование исторических ситуаций и др.);
- *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения (ЭИОС СОГУ).

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относится: написание докладов, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Критерии оценки контрольной работы могут быть как общие, так и частные. К общим критериям можно отнести следующие:

- соответствие контрольной работы теме;
- глубина и полнота раскрытия темы;
- адекватность передачи содержания первоисточника; логичность, связность; доказательность;
- структурная упорядоченность (наличие введения, основной части, заключения, их оптимальное соотношение);
- оформление (наличие плана, списка литературы, культура цитирования, сноски и т. д.); языковая правильность.

Частные критерии относятся к конкретным структурным частям контрольной работы: введению, основной части, заключению.

1. Критерии оценки введения: наличие обоснования выбора темы, ее актуальности; наличие сформулированных целей и задач работы; наличие краткой характеристики первоисточников.

2. Критерии оценки основной части: структурирование материала по разделам, параграфам, абзацам; наличие заголовков к частям текста и их соответствие содержанию; проблемность и разносторонность в изложении материала; выделение в тексте основных понятий и терминов, их толкование; наличие примеров, иллюстрирующих теоретические положения.

3. Критерии оценки заключения: наличие выводов по результатам анализа; выражение своего мнения по проблеме; наличие приложения: рисунков и схем (при необходимости).

Все требования к контрольной работе сообщаются задолго до его написания. Общая оценка за контрольную работу выставляется следующим образом: от 65% до 80% - «удовлетворительно»; 80-90% - «хорошо»; 90-100% - «отлично».

Методические указания для преподавателей по проведению практических занятий

В начале занятия рекомендуется рассмотреть соответствующий теоретический материал. Затем идет практический разбор изучаемого материала, решаются задачи из сборников по введению в языкознание, разбирается каждый конкретный пример.

В начале практического занятия следует обратить на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы должны быть конкретными и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать разбирать вопросы, имеющие более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия.

Устный опрос требует от преподавателя большой предварительной подготовки: тщательного отбора содержания, всестороннего продумывания вопросов, задач и примеров, которые будут предложены, путей активизации деятельности всех студентов группы в процессе проверки, создания на занятии деловой и доброжелательной обстановки.

Различают фронтальный, индивидуальный и комбинированный опрос.

Фронтальный опрос проводится в форме беседы преподавателя с группой. Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом, даны в такой последовательности, чтобы ответы студентов в совокупности могли раскрыть содержание раздела, темы. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала, определить сформированность основных понятий, усвоение нового учебного материала, который был только что разобран на занятии.

Индивидуальный опрос предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать

причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

Письменная проверка, наряду с устной, является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытается объективность оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала; рефераты, доклады, презентации, контрольные работы и др.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала в конце семестра в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля или дисциплины в целом.

8.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Основными формами *текущего контроля* знаний по дисциплине являются:

- выполнение практических работ;
- задания по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;
- проверка домашнего конспекта.

Форма *рубежного контроля*: тест

Формы *промежуточной аттестации*: зачет/экзамен.

Формы контроля и критерии оценивания

Эт ап	Форма контро- ля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	50–70%	Менее 50%
		отлично / зачет	хорошо / зачет	удовлетвори- тельно / зачет	неудовлетвори- тельно / незачет
1. Текущий контроль (max 40 баллов)					
		33–37 баллов	28–32 баллов	19–27 баллов	0–18 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 37	Студент актив- но работает на занятиях, пре- восходно вы- полняет все за-	Студент актив- но работает на занятиях, хоро- шо выполняет задания препо-	Студент недо- статочно актив- но работает на занятиях, удовлетвори-	Студент недоста- точно активно работает на заня- тиях, неудовле- творительно вы-

	б.)	дания преподавателя.	давателя.	тельно выполняет задания преподавателя.	полняет задания преподавателя.
		3 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Реферат / доклад / конспект (маx 3б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (30 б.)					
	тест/контрольная работа	Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте/контрольной работе.			
3. Промежуточная аттестация по дисциплине – 30 баллов					
		Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86–100 %	71–85%	50–70%	0–49 %
	Зачет/Экзамен	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

8.2. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Дифференциал и интеграл Ито в случае случайного скачкообразного процесса. Алгебра Ито.
2. Сходства и отличия интегральных сумм интегралов Ито от Риманова интеграла

для функций с конечным числом разрывов.

3. Пуассоновский процесс. Управляющее уравнение, функция распределения. Разные способы вывода.

4. Многомерный Пуассоновский процесс.

5. Процесс Бернулли.

6. Связь процесса Бернулли с винеровским и пуассоновским процессами.

7. Подходы Эйнштейна, Смолуховского и Бachelье к описанию броуновского движения.

8. Винеровский процесс. Основные свойства и характеристики. Дифференциал и алгебра Ито. Управляющее уравнение (уравнение Фоккера-Планка) и его решения.

9. Многомерный винеровский процесс.

10. Масштабное преобразование СДУ в случае пуассоновского процесса. Компенсированный пуассоновский процесс.

11. Сепарабельные процессы. Теорема Колмогорова.

12. Статистическая независимость. Условия Маркова.

13. Уравнение Чепмена-Колмогорова-Смолуховского. Вывод обобщенного уравнения Фоккера-Планка (управляющего уравнения), его частные случаи.

14. Детерминированные процессы и уравнение Лиувилля как частный случай обобщенного уравнения Фоккера-Планка.

15. Связь между СДУ и кинетическим (управляющим) уравнением в случае винеровского и пуассоновского процессов.

16. Понятие и описание белого шума.

17. Понятия информационного потока (фильтрации), неупреждающего процесса, истории процесса, модифицированного, неразличимого и регулярного (cadlag) случайных процессов.

18. Марковское время (время остановки. Пример вычисления для броуновской частицы.

19. Типы сходимости случайных последовательностей и взаимосвязи между ними.

20. Ренорм-групповое преобразование, неподвижная точка, анализ устойчивости. Связь с центральной предельной теоремой для одинаково распределенных случайных величин.

21. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин в случае бесконечной дисперсии.

22. Стационарные марковские процессы - определения и основные свойства.

23. Теорема Винера-Хинчина.

24. Измерения среднего значения, автокорреляционной функции, спектра, функции распределения.

25. Однородные марковские процессы и их физическая интерпретация.

26. Процесс Орнштейна - Уленбека - корреляционные функции, гауссовость.

27. Строгое определение стохастического интеграла Ито и Стратоновича.

28. Определения и свойства стохастических дифференциалов и интегралов в смысле Ито и Стратоновича, дифференциальных уравнений Ито и Стратоновича;

29. Свойства стохастического интеграла Ито (существование, интегрирование по частям, свойства, правила дифференцирования, средние значения, формула для корреляции).

30. Приближенные решения винеровских стохастических дифференциальных урав-

нений методом Коши - Эйлера (условия существования и единственности решения на интервале, марковское свойство).

31. Замена переменных (формула Ито). Использование замены переменной при поиске решаемых СДУ (примеры).

32. Решение уравнения Ито в случае, когда коэффициенты стохастического дифференциального уравнения не зависят от времени

33. СДУ в случае мультипликативного шума.

34. СДУ в случае процесса Орнштейна-Уленбека.

35. Формулировка СДУ для осциллятора с шумящей частотой через уравнение Стратановича и интегральное решение, обоснование интегрального представления уравнения. Решения этих уравнений.

36. СДУ, управляемые независимыми случайными винеровскими процессами, СДУ в случае комплексного винеровского процесса, комплексный винеровский процесс общего вида.

37. Элементарная теория фильтрации.

38. Составные пуассоновские процессы.

39. СДУ невинеровского типа, решения простейших СДУ невинеровского типа

(уравнение для заряда на аноде, уравнение для тока на аноде, линейное уравнение, осциллятор с шумящей частотой невинеровского типа, осциллятор с шумящей частотой общего типа).

40. Альфа-устойчивые процессы - свойство самоподобия (масштабной инвариантности), теорема Леви-Хинчина, свойства функции плотности распределения,

41. Распределения Коши и Леви-Смирнова. Получение процесса, описываемого распределением Леви-Смирнова из броуновского движения.

42. Простейшие стохастические уравнения с участием альфа-устойчивых процессов, процесс Коши, случай типа процесса Орнштейна-Уленбека.

43. Формула Ито для процессов Леви.

44. Решение линейного стохастического дифференциального уравнения для процессов Леви.

45. Связь СДУ, управляемых составным пуассоновским процессом, с уравнениями типа Фоккера-Планка с дробными производными.

46. Дробные интегралы Римана-Лиувилля, дробные производные на прямой, дробные производные Капуто и Маршо, преобразования Лапласа уравнений с дробными производными, формулы интегрирования по частям.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и семинарах;
- подготовку к семинарам, коллоквиумам, экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в

форме индивидуальных консультаций. Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения. Значительно облегчить решение задачи может хорошо выполненный чертеж, если он соответствует условию задачи (прямой угол нарисован прямым, равнобедренный треугольник - равнобедренным и т. д. При подготовке к семинарам необходимо повторять ранее изученные основные определения, формулировки теорем. В начале занятия, как правило, проводится короткий (10-15 минут) опрос по материалу прошедших занятий в устной или письменной форме. Обычно придерживаются следующей схемы: изучение материала лекции по конспекту в тот же день, когда была прослушана лекция (10-15 минут); повторение материала накануне следующей лекции (10-15 минут), проработка учебного материала по конспектам лекций, учебной и научной литературе, подготовка ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения (1 час неделю), подготовка к семинару, решение задач (1 час). Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему семинары.

Обязательным требованием является выполнение домашних работ, которые оформляются в специально отведённой для этого тетради и систематически сдаются на проверку. Промежуточный контроль знаний проводится в виде коллоквиумов, на которых студенту предлагается письменно ответить на теоретический вопрос и решить две задачи по теме коллоквиума, а также студенту в ходе освоения курса необходимо выполнить две домашних индивидуальных работы с их последующей защитой.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику для физиков [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. М. Чеботарев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т. — М. : Изд-во МФТИ, 2009. — 248 с.
2. Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. М., Мир, 1986..
3. Кингман Дж. Пуассоновские процессы. М., МЦНМО, 2007.

б) дополнительная литература:

1. Теория вероятностей [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Боровков. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : ЛИБРОКОМ, 2009. — 656 с.
2. Jacobs K. Stochastic Processes for Physicists. Cambridge, CUP, 2010.
3. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. ГИТТЛ, 1949.
4. Золотарев В.М. Одномерные устойчивые распределения. М., Наука, 1983.
5. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. М., АСТ, 2003.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

- необходимый для обеспечения данной дисциплины комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, а также электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор:

№ п/п	Наименование	№ договора(лицензия)	Страна-производитель
1.	Windows 10 Enterprise	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
2.	Windows 10 Pro for Workstations	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
3.	Windows 7 Enterprise	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
4.	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
5.	Office Standard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
6.	Office Standard 2013	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
7.	Office Standard 2010	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
8.	Корпоративная электронная почта (Яндекс.Почта)	№КИС-1965-2025 от 12.01.2026	Россия
9.	Программное обеспечение 1С: Предприятие. Бухгалтерский Учет. Типовая конфигурация 8 сетевая версия	№ СД/108 от 29.08.2017 «МАКСИМУМ-СОФТ СОФТ» бессрочно	Россия
10.	Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат. ВУЗ»	№ SBR003-250010357500001от 05.02.2025 (действителен до 04.02.2026) с ОАО «АнтиПлагиат»	Россия
11.	Программное обеспечение 1С: Предприятие 8.3 Управление торговлей	№КП /108 от 29.08.2017 с ООО «Максимум» (бессрочно)	Россия
12.	Программное обеспечение 1С: Зарплата и кадры государственного учреждения 8	№СД./ №9., 08.06.2025 г. «МАКСИМУМ-СОФТ СОФТ» бессрочно	Россия
13.	1С: Бухгалтерия 8. Базовая версия	№9 от 21.05.2019, «МАКСИМУМ-СОФТ СОФТ» бессрочно	Россия
14.	Планы	№2191-24, от 09.01.2025 г. (тех.поддержка до 26.02.2026 г.) ООО ЛММИС	Россия
15.	ПО Лаборатории ММИС (Деканат, ПК, Ведомости, Тестирование, интернет расширение и др.)	№2435-24 от 04.03.2025 ООО ЛММИС	Россия
16.	VSDESK	№ 210406/01 от 06.04.2021г. ИП И,А.Сергеевич	Россия
17.	DIRECTUM RX – Система электронного документооборота	ООО Галактика ИТ договор № 120320/Д/А от 14.03.2022	Россия
18.	MOODLE	Бесплатное	-
19.	ЭБС «Консультант студента»	http://www.studentlibrary.ru Требуется регистрация в библиотеке СОГУ	Россия

20.	РусГард	Бесплатное	Россия
21.	Система веб-конференций (bigbluebutton)	Бесплатное	-
22.	Средства криптографической защиты (КриптоПро CSP, Крипто АРМ)	№120680, от 21.01.2025 ООО «Цифровые технологии»	Россия
23.	Средства криптографической защиты (ViPNet)	№0000-000008 от 17.01.2025 ООО Экспресс-линк	Россия
24.	Средства криптографической защиты (Континент TLS)	№25/08/22 СЛ от 04.09.2025 ООО СКБ-Сервис	Россия
25.	Kaspersky Endpoint Security	№ СФ00-001239 от 13.02.2025 ООО Системный Софт	Россия

**Реестр электронных библиотечных систем (ЭБС)
и электронных образовательных ресурсов, доступ к которым обеспечен
для обучающихся по образовательным программам,
реализуемым в 2026-2027 учебном году**

Название базы данных	Платформа и (или) адрес в сети Интернет	Реквизиты	Правообладатель	Количество ключей
«Университетская библиотека Online» Базовая коллекция	https://biblioclub.ru Требуется регистрация.	Договор № 571-12/2025 от 12.01.2026 г. С 01.01.2026 г. - 31.12.2026 г.	ООО «НексМедиа»	Без ограничения количества пользователей
Информационно-аналитическая система SCIENCE INDEX: рефераты и полные тексты научных статей и публикаций, российские научные и научно-технические журналы	eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/org Требуется регистрация.	Лицензионный договор № 310-5051/2025 от 31.03.2025 г. С 14.04.2025 г. - 20.04.2026 г.	ООО «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	Доступ по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
eLIBRARY.RU - интегрированный научный информационный портал в российской зоне сети Интернет, включающий базы данных научных изданий и сервисы для информационного обеспечения науки и высшего образования.	eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/org Требуется регистрация.	Ресурс открытого доступа	ООО «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
«Юрайт» - Учебники по всем специальностям и направлениям подготовки. - ЦУМК по федеральному проекту «Кадры для цифровой	«Юрайт» https://urait.ru/info/courses?utm_source=m_campaign Требуется регистрация.	Договор № 6237 от 05.12.2023 г. С 31.12.2023 - 31.12.2026 г.	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ»	Доступ по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей

экономики»				
Универсальная база данных East View - полнотекстовый доступ к научным журналам	https://dlib.eastview.com Логин: Khetagurov. Пароль: Khetagurov.	№210-П от 12.01.2026 г. С 01.01.2026 г.- 31.12.2026 г.	ООО «ИВИС»	Без ограничения количества пользователей
«SocHum» - электронная библиотека социогуманитарного знания (коллекция учебно-методической литературы и научных журналов социогуманитарной коллекции научно-исследовательских институтов РАН	https://sochum.ru	Ресурс открытого доступа	Государственный академический университет гуманитарных наук (ГАУГН)	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей.
Polpred.com - открытая электронная библиотечная система и интернет-сервисы «Деловые средства массовой информации». Доступ к статьям 600 газет, журналов информагентств с архивом за 20 лет: - обзор СМИ; - Россия и зарубежье; - Федеральные округа РФ. - внешняя экономика, право.	https://www.polpred.com/	Ресурс открытого доступа		Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей.
Национальная электронная Библиотека «НЭБ»	https://rusneb.ru/ Требуется регистрация.	Договор № 4513-п от 26.12.2023 г. (на 10 лет с последующей автоматической пролонгацией) Без ограничения срока	Российская государственная библиотека	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей

Электронные образовательные ресурсы

Наименование ресурса	Содержание ресурса	Ссылка на ресурс в сети Интернет
Единое окно доступа к образовательным ресурсам	Каталог образовательных интернет-ресурсов и полнотекстовая электронная учебно-методическая библиотека для общего и профессионального образования	https://web.archive.org/web/20191122092928/http://window.edu.ru/
«КиберЛенинка»	Собрание научных статей, в основном на русском языке, хотя есть и иностранные публикации.	https://cyberleninka.ru/
Всенаука	Естественные, гуманитарные и социальные науки, психология	Всенаука https://vsenauka.ru/
Библиотекарь. Ру	Бесплатная интернет-библиотека. Книги, статьи, документы по русской и мировой истории, искусству, культуре, прикладным наукам, учебники, научные статьи, методические пособия. Электронные книги, учебники, периодика, графика, справоч-	https://bibliotekar.ru/

	ная и техническая литература. На сайте представлено около 10.000 книг доступных для онлайн чтения. - более 50 полнотекстовых справочников и энциклопедий; - Древнерусская литература - летописи, жития святых, воинские повести древней Руси; - сведения иностранных писателей о средневековой России; - большой раздел репринтов книг, газет и журналов 19 века; - биографии и труды русских учёных и писателей; - классическая литература. Мемуары, дневники; - учебники и научные работы по 20 дисциплинам; - более 15.000 картин и художественных изображений.	
--	--	--

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также самостоятельной работы обучающихся: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение.
Библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, ПК обучающихся, программное обеспечение.

Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
 - продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
 - продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- при наличии по дисциплине курсовой работы продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.